

文章编号: 1000-8055(2004) 06-0749-06

细观几何结构对复合材料 初始屈服面的影响

宋迎东, 孙志刚, 雷友锋, 高德平
(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 采用宏—细观统一的弹塑性本构模型分析了多轴载荷作用下不同纤维形状、不同纤维排列方式对金属基复合材料初始屈服面的影响。研究表明: 在纵向正应力作用下, 圆截面纤维复合材料的初始屈服应力基本上与方形截面纤维复合材料的初始屈服应力相等; 不同纤维排列方式的复合材料初始屈服应力基本上相同。当存在横向应力或纵横剪切应力时, 圆截面纤维复合材料初始屈服面在方形截面纤维复合材料初始屈服面之内; 六角形排列时最容易屈服, 而方形对角排列屈服应力最高。

关键词: 航空、航天推进系统; 金属基复合材料; 宏—细观本构模型; 屈服面

中图分类号: V 250. 3 **文献标识码:** A

Influence of Micro-Structural Geometry on Composite Initial Yielding Surfaces

SONG Ying-dong, SUN Zhi-gang, LEI You-feng, GAO De-ping
(College of Energy and Power Engineer,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The unified macro and micro mechanics constitutive model was used to investigate the influence of micro-structural geometry, such as fiber shape and fiber packing array, on the composite initial yielding surfaces under multi-axial loading. Under longitudinal stress, composites reinforced by fibers with square cross section have the same yielding stress as the ones reinforced by fibers with cyclic cross section. Fiber packing array has no effect on the yielding stress. In the presence of transverse or shear stresses, the composite initial yielding surface with square cross section fibers is inside of the one of composite with square cross section fibers. Composite with hexagon fiber array has the lowest yielding stress; however, composite with square-diagonal fiber array has the highest.

Key words: aerospace propulsion system; metal matrix composite; marco and micro mechanics model; yielding surface

目前的发动机主要材料——镍基合金和钛合金的发展已接近极限, 虽有进一步的改进余地但
潜力不大, 不能使发动机的性能产生飞跃, 不能满足未来发动机更加苛刻的要求, 因此必须寻求更

收稿日期: 2003- 11- 04; 修订日期: 2004- 03- 08
基金项目: 航空科学基金资助项目(01C52017)
作者简介: 宋迎东(1969-), 男, 安徽人, 南京航空航天大学能源与动力学院教授, 博士生导师, 主要从事航空宇航推进系统结构、强度与振动研究.

加先进的材料才能满足发动机设计的需要。在先进的材料发展领域中,金属基复合材料已经显示出很大的发展潜力,并将对未来的航空发动机的发展起到极其关键的作用,成功地利用这些材料对美国实现富有挑战性的IHPTET计划目标起到决定性的作用^[1,2]。金属基复合材料在使用中通常会呈现出明显的弹塑性行为,因此,研究金属基复合材料的初始屈服及塑性流动问题具有重要意义。研究表明,金属基复合材料的屈服通常来自金属基体材料的屈服或纤维与基体的脱粘,如Al/B复合材料,宏观屈服主要来源于基体的屈服;对于Ti基复合材料,宏观屈服常来源于纤维与基体的脱粘^[3]。通过宏观试验方法获得复杂应力状态下的初始屈服面是十分困难的。文献[4,5]通过计算来定义基体相中细观最大应力(或最大有效应力)与复合材料宏观应力(或有效应力)之比作为应力集中因子,然后通过基体材料拉伸性能试验获得的屈服极限推算出复合材料的屈服极限。这种方法对于复杂应力状态情况难以适用,而且对由纤维与基体脱粘产生的复合材料屈服也无法适用。可以用有限元法对代表性体积元进行应力应变场计算,然后分析不同截面形状、不同排列方式对复合材料在多轴载荷作用下屈服面的影响。然而研究细观几何结构对宏观性能的影响时,经常会有大量参数需要调整,而细观结构细节的任何调整都要求重新建立有限元模型,从而耗费大量时间,计算效率很低,这使得这方面的研究并不系统、全面。因此,发展不同于细观力学有限元法的高效且具有足够精度的细观力学模型是十分必要的。另外,在复合材料的细观结构优化过程中也不可避免地要求细观力学模型与优化技术结合,而有限元方法通常难以满足这一要求。由美国NASA提出的宏—细观统一本构模型就是一种高效、准确的力学模型^[6,7],能够用来研究细观几何结构对复合材料宏观性能的影响,作者对该宏—细观统一本构模型进行了进一步研究和发展^[8~12]。本文利用宏—细观统一本构模型计算分析了不同纤维截面形状及排列方式等细观几何结构特征对复合材料屈服面的影响,获得了十分有意义的结果。

1 宏—细观统一本构模型及计算方法

1.1 本构模型

设纤维增强复合材料的细观结构具有周期

性,如图1, X_1 为纤维方向。在细观结构特征体中取一个代表性体元RVE进行研究,称RVE为一个细观单元,如图2所示,将一个细观单元划分为 $N_\beta \times N_\gamma$ 个子单元,根据纤维形状及在基体中分布情况,其中某些子单元可以代表纤维、基体或界面相等。在各子单元内建立细观局部坐标系 $\bar{x}_2^{(\beta)} \bar{x}_3^{(\gamma)}$ 。

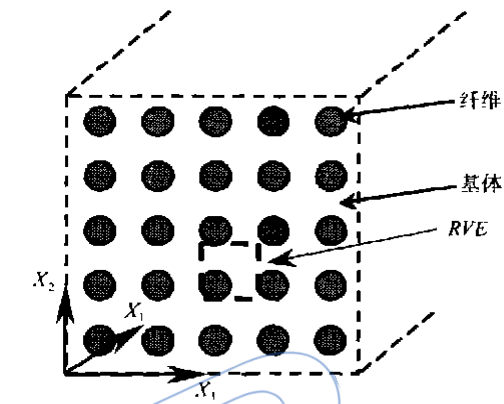


图1 代表性体元
Fig. 1 Representative volume element

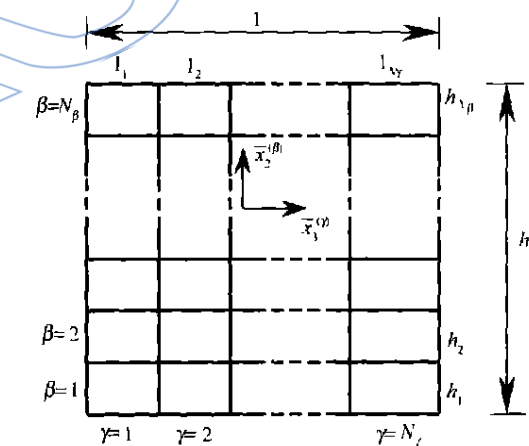


图2 $N_\beta \times N_\gamma$ 子胞的代表性体积元
Fig. 2 RVE including $N_\beta \times N_\gamma$ subcells

1.1.1 细观位移模式的选取

假设各子单元的位移是细观局部坐标 $\bar{x}_2^{(\beta)}, \bar{x}_3^{(\gamma)}$ 的线性函数,于是各子单元内位移场可表示为:

$$u_i^{(\beta,\gamma)} = \epsilon_{ij}^0 x_j + \eta_i^{(\beta,\gamma)} \bar{x}_2 + \varphi_i^{(\beta,\gamma)} \bar{x}_3$$

$$(\beta = 1, 2, \cdots, N_\beta; \gamma = 1, 2, \cdots, N_\gamma) \quad (1)$$

式中: $\eta_i^{(\beta,\gamma)}, \varphi_i^{(\beta,\gamma)}$ 、称为子单元的细观位移系数。

1.1.2 细观应力、应变场

在小变形范围内, 子单元内应变与位移有如下关系:

$$\epsilon_j^{(\beta, \gamma)} = \frac{1}{2} (u_{i,j}^{(\beta, \gamma)} + u_{j,i}^{(\beta, \gamma)})$$

$$(\beta = 1, 2, \dots, N_\beta; \gamma = 1, 2, \dots, N_\gamma) \quad (2)$$

利用各子单元的材料本构方程, 可得到子单元内应力为:

$$\sigma_j^{(\beta, \gamma)} = C_{j,h}^{(\beta, \gamma)} \cdot \epsilon_h^{(\beta, \gamma)}$$

$$(\beta = 1, 2, \dots, N_\beta; \gamma = 1, 2, \dots, N_\gamma) \quad (3)$$

1.1.3 平衡方程

各子单元内的应力场, 应满足平衡方程:

$$\sigma_{ij,j}^{(\beta, \gamma)} = 0$$

$$(\beta = 1, 2, \dots, N_\beta; \gamma = 1, 2, \dots, N_\gamma) \quad (4)$$

在式(1)表示的位移模式下, 各子单元的应变是常量, 相应各子单元的应力也是常应力, 因此各子单元的应力场都自动满足平衡方程(4)。

1.1.4 位移与应力边界条件

采用弱化的位移边界条件(位移均值满足连续性和周期性)可得:

$$A_g \epsilon = B_g \epsilon^0 \quad (5)$$

其中:

$$\epsilon = (\epsilon^{(1,1)}, \epsilon^{(1,2)}, K, \epsilon^{(N_\beta, N_\gamma)})^T$$

$$\epsilon^0 = (\epsilon_{11}^0, \epsilon_{22}^0, \epsilon_{33}^0, \epsilon_{23}^0, \epsilon_{31}^0, \epsilon_{12}^0)^T$$

ϵ 中的 $\epsilon^{(\beta, \gamma)}$ 与 ϵ^0 类似, A_g 为 $[2(N_\beta + N_\gamma) + N_\beta N_\gamma + 1] \times 6N_\beta N_\gamma$ 的矩阵, B_g 为 $[2(N_\beta + N_\gamma) + N_\beta N_\gamma + 1] \times 6$ 的矩阵, A_g 和 B_g 包含了 RVE 及其子单元细观几何结构信息即 h, l, h_β, l_γ 等。

根据各子单元、弱化的应力边界条件以及子单元本构方程(3)可得:

$$A_m \epsilon = 0 \quad (6)$$

其中: A_m 为 $[5N_\beta N_\gamma - 2(N_\beta + N_\gamma) - 1] \times 6N_\beta N_\gamma$ 的矩阵, 它包含各子单元的弹性刚度系数 $C_{ij,h}^{(\beta, \gamma)}$ 。

1.2 本构模型的求解

通过对细观力学方程的求解, 可以在已知宏观应变 ϵ^0 的情况下, 获得 RVE 的细观应力、应变场, 并且能够进一步得到宏观应力-应变关系。由式(5)、(6)可得:

$$\epsilon = A \epsilon^0 \quad (7)$$

其中:

$$A^{-1} B = A$$

$$A = \begin{bmatrix} A_m \\ A_g \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_g \end{bmatrix}$$

A_s 为 $6N_\beta N_\gamma \times 6$ 的矩阵, 通过分块可以将其分为 $N_\beta N_\gamma$ 个 6×6 的子矩阵, 记为 $A_s^{(\beta, \gamma)}$ ($\beta = 1, 2, \dots, N_\beta; \gamma = 1, 2, \dots, N_\gamma$), 每个矩阵 $A_s^{(\beta, \gamma)}$ 对应着一个子单元的细观应变矩阵 $\epsilon^{(\beta, \gamma)}$ 与宏观应变矩阵 ϵ^0 之间的系数关系, 即有:

$$\epsilon^{(\beta, \gamma)} = A_s^{(\beta, \gamma)} \epsilon^0 \quad (8)$$

进一步可以得到宏观应力-应变关系:

$$\sigma^0 = C \epsilon^0 \quad (9)$$

式中宏观刚度矩阵为:

$$C^0 = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma C_{\varphi}^{(\beta, \gamma)} A_s^{(\beta, \gamma)} \quad (10)$$

以上是弹性情况下的复合材料的弹性性能的计算公式。当材料处于弹塑性时应采用增量形式, 类似弹性情况下的推导过程可以得到以增量形式表示的方程(7)式, 即^[11]:

$$d\epsilon = A_s d\epsilon^0 \quad (11)$$

式中: $d\epsilon$ 是细观应变增量, $d\epsilon^0$ 是宏观应变增量, 方程(11)式反映了细观应变场与宏观应变场之间的关系。当基体处于弹性范围时, A_s 是常量, 它只依赖于纤维及基体材料的弹性常数以及复合材料的细观结构特征。如果基体发生塑性变形, 那么 A_s 将不再是常量, 而是依赖于材料的变形历史。

对方程(11)式进行分解, 可得:

$$d\epsilon^{(\beta, \gamma)} = A_s^{(\beta, \gamma)} d\epsilon^0 \quad (12)$$

利用各子单元增量形式的本构方程, 可得:

$$d\sigma^{(\beta, \gamma)} = C_{\varphi}^{(\beta, \gamma)} A_s^{(\beta, \gamma)} d\epsilon^0 \quad (13)$$

根据宏、细观量之间的关系, 对细观应力进行体积平均, 可得:

$$d\sigma^0 = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma C_{\varphi}^{(\beta, \gamma)} A_s^{(\beta, \gamma)} d\epsilon^0 \quad (14)$$

于是, 得到以增量形式表示的宏观应力-应变关系:

$$d\sigma^0 = C_{\varphi}^0 d\epsilon^0 \quad (15)$$

式中宏观刚度矩阵 C_{φ}^0 为:

$$C_{\varphi}^0 = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma C_{\varphi}^{(\beta, \gamma)} A_s^{(\beta, \gamma)} \quad (16)$$

运用式(14)进行复合材料宏观弹塑性性能计算时, 还有细观子单元弹塑性刚度矩阵 $C_{\varphi}^{(\beta, \gamma)}$ 需要确定, 除了式(14)中显式地含有 $C_{\varphi}^{(\beta, \gamma)}$ 外, 矩阵 $A_s^{(\beta, \gamma)}$ 中也含有 $C_{\varphi}^{(\beta, \gamma)}$ 。

当材料仅发生弹性变形时, 弹塑性刚度矩阵 C_{φ} 就等于弹性刚度矩阵 C_e , 即:

$$C_{\varphi} = C_e \quad (17)$$

当材料发生塑性变形时,弹塑性刚度矩阵 C_p 与材料变形历史有关,可表示为:

$$C_p = C_e - C_p \tag{18}$$

式中 C_p 称为塑性矩阵,可表示为:

$$C_p = \frac{9G^2}{\sigma_s^2(3G + E^p)} \cdot \begin{bmatrix} s_x^2 & s_x s_y & s_x s_z & s_x \tau_{yz} & s_x \tau_{zx} & s_x \tau_{xy} \\ & s_y^2 & s_y s_z & s_y \tau_{yz} & s_y \tau_{zx} & s_y \tau_{xy} \\ & & s_z^2 & s_z \tau_{yz} & s_z \tau_{zx} & s_z \tau_{xy} \\ & & & \tau_{yz}^2 & \tau_{yz} \tau_{zx} & \tau_{yz} \tau_{xy} \\ & & & & \tau_{zx}^2 & \tau_{zx} \tau_{xy} \\ & & & & & \tau_{xy}^2 \end{bmatrix} \tag{19}$$

symm

式(19)中, G 为剪切弹性模量, σ_s 是当时的弹塑性应力, E^p 是材料塑性模量,也称硬化系数。 σ_s^2 可表示为:

$$\sigma_s^2 = \frac{3}{2} s_{ij} s_{ij} \tag{20}$$

式中 s_{ij} 为应力偏张量的分量。硬化系数 E^p 与弹性模量 E 及切线模量 E' 有如下关系:

$$\frac{1}{E^p} = \frac{1}{E'} - \frac{1}{E} \tag{21}$$

2 细观几何结构对屈服面的影响分析

复杂应力状态下的初始弹性状态的界限称为屈服条件,一般说来它是应力 σ_{ij} 、应变 ϵ_{ij} 、时间 t 、温度 T 的函数,可以写成: $\Phi(\sigma_{ij}, \epsilon_{ij}, t, T) = 0$,在不考虑时间效应及接近常温的情形,式中可以不包含 t 和 T 。另外,当材料在初始屈服之前是处于弹性状态的,应力与应变之间有一一对应关系,可将式中的 ϵ_{ij} 用 σ_{ij} 表示,这样,屈服条件仅是应力分量的函数,可表示为: $F(\sigma_{ij}) = 0$ 。在应力空间中,表示一个包围原点的曲面,称为屈服曲面。当

应力点 σ_{ij} 位于此曲面之内时(即 $F(\sigma_{ij}) < 0$),材料处于弹性状态;当应力点 σ_{ij} 位于此曲面上时(即 $F(\sigma_{ij}) = 0$),材料开始屈服。

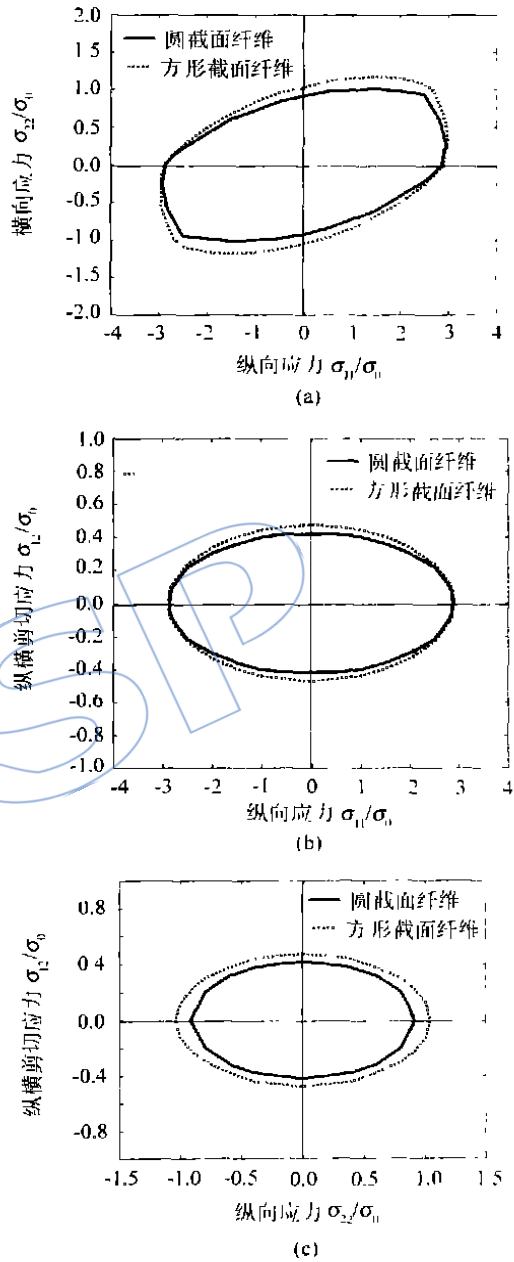


图 4 纤维截面形状对初始屈服面的影响
Fig.4 Influence of fiber shape on original yielding surface

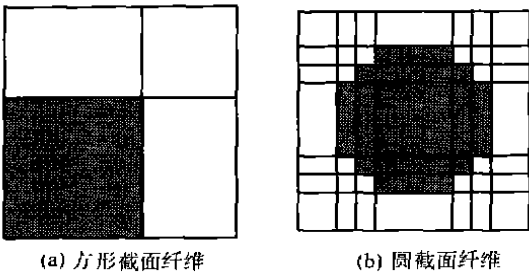


图 3 不同纤维截面形状的 RVE
Fig.3 RVE with different fiber shape

以单向纤维增强 A1/B 复合材料为例进行计算分析。纤维体积含量为 40%, A1 基体材料常数为: 杨氏模量 $E_m = 70 \text{ GPa}$ 、泊松比 $\mu_m = 0.3$ 、屈服极限 $\sigma_0 = 100 \text{ MPa}$ 、屈服后切线模量 $E_t = 3 \text{ GPa}$ 。B 纤维材料常数为: 杨氏模量 $E_f = 400 \text{ GPa}$ 、泊松比 $\mu_f = 0.2$ 。在研究 A1/B 屈服及塑性变形时,仅需考

虑金属基体材料的屈服及塑性流动^[1]。

2.1 纤维截面形状对初始屈服面的影响

考虑的纤维截面形状有方形、圆形, 纤维在基体中呈方形排列分布, 它们相应的 RVE 模型见图 3(a), (b)。

通过宏—细观统一本构模型计算得到以 σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} 等应力分量表示的初始屈服面, 在屈服面以内的所有载荷状态下, 复合材料细观结构中所有点的等效应力都低于屈服极限, 复合材料宏观变形呈弹性状态; 在屈服面上的载荷状态下, 复合材料细观结构中将有某些点处于屈服状态, 如继续加载, 复合材料宏观变形将进入塑性。计算结果见图 4, 图中 σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} 等应力分量都分别除以基体的屈服极限 σ_0 , 进行了无量纲化处理。

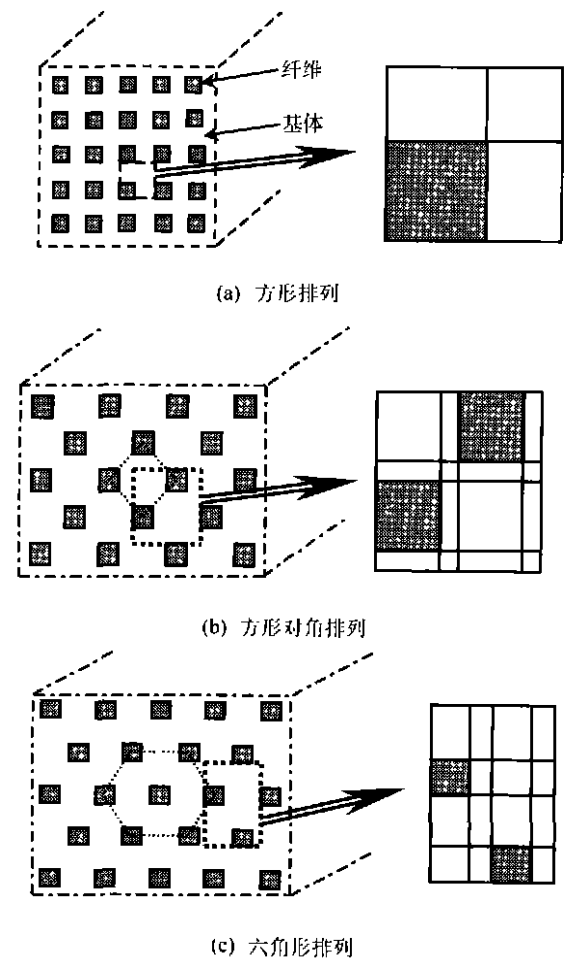


图 5 不同纤维排列方式

Fig. 5 Different fiber packing array

从图 4 可以看出, 纤维截面形状对复合材料初始屈服面有一定的影响。图 4(a), (b) 表明: 在单独的纵向正应力作用下, 圆截面纤维复合材料的初始屈服应力基本上与方形截面纤维复合材料

的初始屈服应力相等; 当存在横向应力或纵横剪切应力时, 圆截面纤维复合材料初始屈服面被包在方形截面纤维复合材料初始屈服面之内。这表明方形截面纤维复合材料具有比圆截面纤维复合材料更高的抗初始屈服的能力。这是由于单向复合材料承受纵向正载荷时, 纤维承受大部分载荷, 而且这种载荷不直接产生沿载荷方向纤维与基体之间的应力转移, 而在垂直于轴向载荷的横向平面内纤维截面形状以及纤维/基体泊松比不匹配

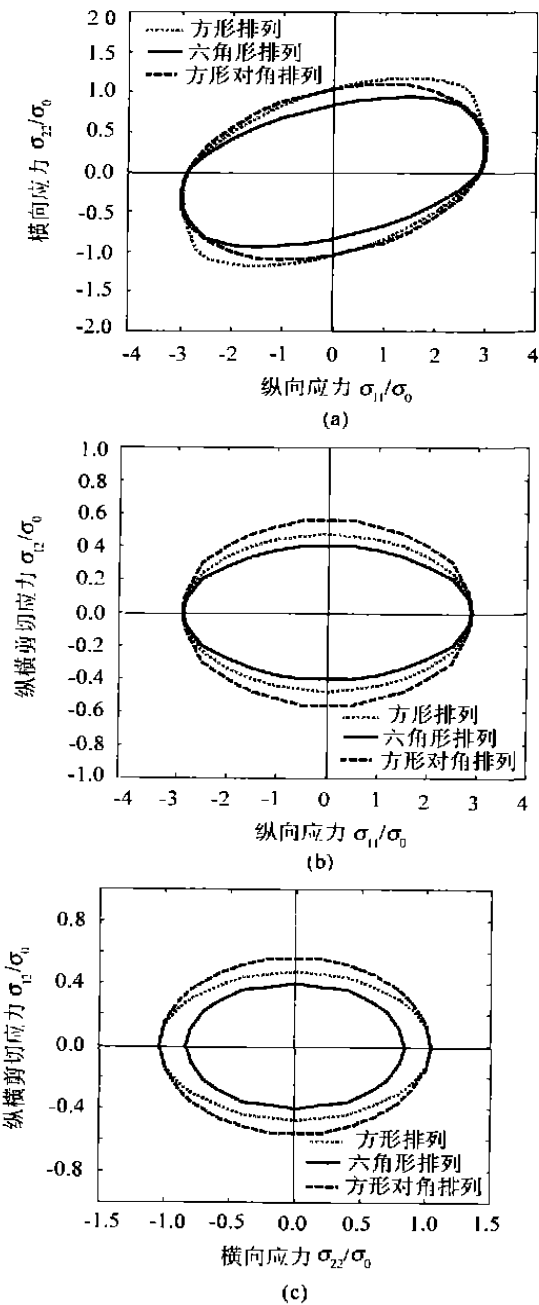


图 6 纤维排列方式对初始屈服面的影响

Fig. 6 Influence of fiber packing array on original yielding surface

等不足以对轴向弹塑性响应产生较大的影响,表现出相同的屈服应力;在横向应力作用下,方形截面纤维中产生比圆截面纤维更高的应力,因此当存在横向应力或纵横剪切应力时,方形截面纤维复合材料具有比圆截面纤维复合材料更高的抗初始屈服的能力。

从图 4(a), (b) 中还可以看出,在单独纵向正应力作用下,复合材料初始屈服发生在 $\sigma_1/\sigma_0 = 3$ 左右,在单独横向正应力作用下,复合材料初始屈服发生在 $\sigma_2/\sigma_0 = 1$ 左右,在单独纵横剪切应力作用下,复合材料初始屈服发生在 $\sigma_2/\sigma_0 = 0.4$ 左右。这表明,除单向复合材料主要承受纵向正应力载荷情况外,纤维在对复合材料初始屈服特性方面并没有起到明显的增强作用,尤其是对承受横向载荷、剪切载荷情况。

2.2 纤维排列方式对初始屈服面的影响

考虑的纤维排列方式有方形排列、方形对角(方形转动 45°)排列、六角形排列(或称正三角形排列)。纤维截面都取方形,它们相应的 RVE 模型见图 5。通过宏-细观统一本构模型计算得到以 σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} 等应力分量表示的初始屈服面,见图 6。

从图 5 可以看出,纤维排列方式对复合材料初始屈服面有一定的影响。在单独的纵向正应力作用下,不同纤维排列方式的复合材料初始屈服应力基本上相同;而当存在横向应力或纵横剪切应力时,不同纤维排列方式的复合材料初始屈服应力是有差别的。六角形排列时最容易屈服,而方形对角排列屈服极限最高。从图 6(a), (c) 还可以看出,只有横向应力时方形排列和方形对角排列的初始屈服应力基本相同。

3 结 论

(1) 宏细观统一本构模型可以用来方便地进行复合材料屈服面的计算,比有限元方法具有更高的计算效率。

(2) 方形截面纤维复合材料具有比圆截面纤维复合材料更高的抗初始屈服的能力。在单独的纵向正应力作用下,圆截面纤维复合材料的初始

屈服应力基本上与方形截面纤维复合材料的初始屈服应力相等;当存在横向应力或纵横剪切应力时,圆截面纤维复合材料初始屈服面则在方形截面纤维复合材料初始屈服面之内。

(3) 在单独的纵向正应力作用下,不同纤维排列方式的复合材料初始屈服应力基本上相同;而当存在横向应力或纵横剪切应力时,不同纤维排列方式的复合材料初始屈服应力是有差别的。六角形排列时最容易屈服,而方形对角排列屈服极限最高。

参考文献:

- [1] 新材料、新工艺对未来航空发动机设计影响文集[C]. 中国航空工业总公司第六零六研究所, 1996. 11
- [2] 傅恒志. 未来航空发动机材料面临的挑战与发展趋势[J]. 航空材料学报, 1998, 18(4): 52- 61.
- [3] [美] 邹祖伟主编. 复合材料的结构与性能[M]. 吴人洁译. 北京: 科学出版社, 1999.
- [4] Adams D F, Doner D R. Longitudinal Shear Loading of a Unidirectional Composite[J]. *Journal of Comparative Materials*, 1967, 1(1): 4.
- [5] Foye R L. Theoretical Post-Yielding Behavior of Composite Laminates, Part I: Inelastic Micromechanics[J]. *J. Comp. Mater.*, 1973, 7: 178- 193.
- [6] Aboudi J. Mechanics of Composite Materials—A unified micromechanical approach[J]. *Elsevier, Amsterdam*, 1991.
- [7] Paley M, Aboudi J. Micromechanical Analysis of Composite by the Generalized Cells Model[J]. *Mechanics of Composites*, 1992, 12: 127- 139.
- [8] 宋迎东, 雷友锋, 高德平, 等. 用通用单胞模型预测钛基复合材料弹性性能[A]. 第十届航空发动机结构强度与振动学术会议论文集[C]. 安徽歙县: 2000 年 10 月: 137- 141.
- [9] 雷友锋, 宋迎东, 高德平. 纤维增强金属基复合材料细观几何结构对宏观弹性性能的影响[J]. 宇航材料工艺, 2003, 33(1): 43- 48.
- [10] 雷友锋, 宋迎东, 高德平. 纤维增强复合材料结构的宏细观一体化分析方法[J]. 机械科学与技术, 2002, 21(4): 617- 619.
- [11] 雷友锋. 纤维增强金属基复合材料宏-细观一本构模型及应用研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2002.
- [12] 宋迎东, 雷友锋, 孙志刚, 等. 一种新的纤维增强细观力学模型[J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35(4): 435- 440.